3. ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ И ПРИНЦИПЫ ТЕОРИИ ЦЕПЕЙ

Основные уравнения теории цепей делятся на компонентные и топологические. Компонентные уравнения, например, закон Ома, связывают сигналы одного элемента. Топологические уравнения, например, законы Кирхгофа, связывают сигналы разных элементов.

3.1. Закон Ома

3.1.1. Закон Ома (в применении к ветви с сопротивлением)

Закон Ома в простейшей форме связывает напряжение и ток сопротивления (см. рис. 3-1):

$$i = \frac{u_{AB}}{R} \tag{3.1}$$

В сопротивлении ток и напряжение совпадают по направлению, т. к. ток течёт от точки с бо́льшим потенциалом к точке с меньшим потенциалом; поэтому отношение берётся со знаком «+».

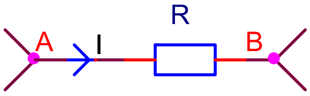


Рис. 3-1. Иллюстрация к закону Ома в простейшей форме

3.1.2. Обобщённый закон Ома для ветви, содержащей источник э. д. с.

В случае если в ветви есть сопротивление и источник э. д. с., закон Ома расширяется следующим образом (см. рис. 3-2):

$$i = \frac{u_{AB} + e}{R} \tag{3.2}$$

В числителе алгебраически (с учётом знака) складываются все источники э. д. с. ветви — со знаком «+» берутся те, направление которых совпадает с направлением тока, со знаком «–» берутся противоположные — а в знаменателе складываются все сопротивления ветви.

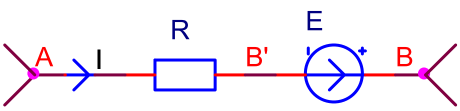


Рис. 3-2. Иллюстрация к Обобщённому закону Ома

3.1.3. Закон Ома для одноконтурной цепи

Закон Ома для одноконтурной цепи выглядит следующим образом:

$$i = \frac{e_Э - e_H}{R_Э + R_H} \tag{3.3}$$

Со знаком «+» берутся источники, совпадающие по направлению с током, со знаком «–» берутся противоположные (см. рис. 3-3).

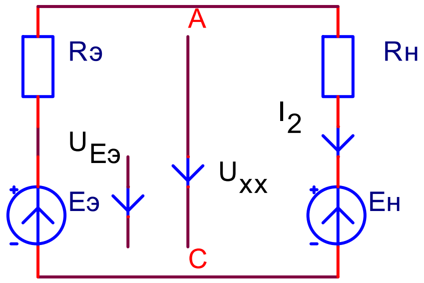


Рис. 3-3. Иллюстрация к закону Ома для одноконтурной цепи

3.2. Законы Кирхгофа

3.2.1. Закон токов Кирхгофа (ЗТК)

Традиционная формулировка: *Для любого узла схемы алгебраическая сумма токов ветвей, подключённых к этому узлу, равна нулю в любой момент времени*:

$$\sum_{k=1}^{n} \pm i_k = 0\,, \tag{3.4}$$

где n — количество ветвей, присоединённых к узлу цепи.

Расширенная формулировка: *Для любого сечения схемы алгебраическая сумма токов ветвей, содержащихся в этом сечении, равна 0 в любой момент времени.*

$$\sum_{в \in S} \pm i_в = 0 \tag{3.5}$$

Со знаком «+» берутся токи, втекающие в сечение (узел), а со знаком «–» берутся токи, вытекающие из сечения (узла).

Например, уравнение по ЗТК для сечения рис. 2-7, б выглядит так:

$$I_1 + I_6 - I_4 + I_3 = 0 \tag{3.6}$$

3.2.2. Закон напряжений Кирхгофа (ЗНК)

Традиционная формулировка: *Для любого контура алгебраическая сумма падений напряжения ветвей, принадлежащих этому контуру, равна 0 в любой момент времени:*

$$\sum_{в \in K} \left[\pm u_в(t) \right] = 0 \tag{3.7}$$

Расширенная формулировка: *Для любого контура алгебраическая сумма падений напряжения на всех пассивных элементах равна алгебраической сумме э. д. с., действующих в этом контуре:*

$$\sum_K \pm iR = \sum_K \pm e \tag{3.8}$$

Со знаком «+» берутся все э. д. с. и токи, направления которых совпадают с выбранным направлением обхода контура.

Например, уравнение по ЗНК для контура на рис. 2-5, б выглядит так:

$$I_6 R_6 + I_3 R_3 = E_4 + R_3 + u_{J1} \tag{3.9}$$

3.3. Принцип линейности

Если в электрической цепи остаются неизменными параметры всех элементов, кроме одного k, то изменение всех токов и напряжений связано между собой простыми линейными уравнениями:

$$\begin{aligned} I_1 &= a + b \cdot I_2 \\ U_3 &= c + d \cdot I_4 \\ U_5 &= e + f \cdot U_6 \end{aligned} \tag{3.10}$$

Все коэффициенты в уравнениях (3.10) могут быть определены как из расчёта, так и из опыта. Для этого достаточно знать значения связываемых переменных (токов или напряжений) для каких-либо двух режимов цепи (часто используют режимы короткого замыкания и холостого хода).

3.4. Принцип взаимности

Пусть одним и двумя штрихами обозначены токи и напряжения при двух разных режимах во внешних ветвях пассивной цепи (см. рис. 3-4). В таком случае всегда выполняется следующее равенство:

$$i_1' u_1'' + i_2' u_2'' = i_1'' u_1' + i_2'' u_2' \tag{3.11}$$

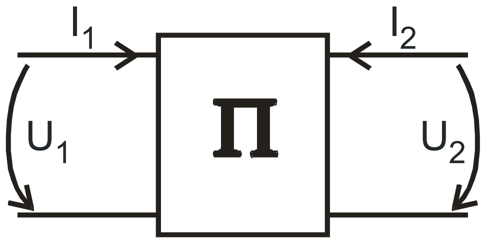
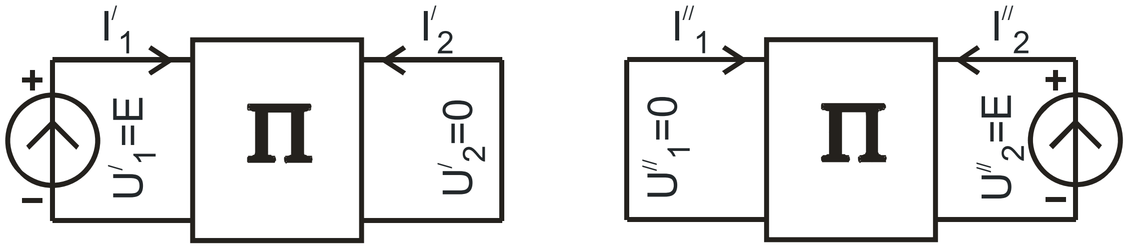


Рис. 3-4. Иллюстрация к принципу взаимности

В частном случае переноса источника напряжения из первой ветви во вторую при коротком замыкании другой ветви из уравнения (3.11) получаем:

$$0 + i_2^{/} e = i_1^{//} e + 0 \text{ или } i_2^{/} = i_1^{//} \qquad (3.12)$$

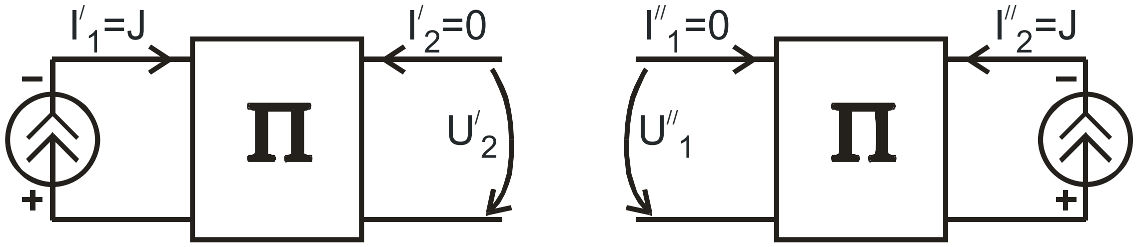


(а) **(б)**

Рис. 3-5. Иллюстрация к частному случаю принципа взаимности

В другом частном случае, когда из первой ветви во вторую переносится источник тока, а другая ветвь остаётся разомкнутой, из уравнения (3.11) получаем:

$$j u_1^{//} + 0 = 0 + j u_2^{/} \text{ или } u_1^{//} = u_2^{/} \qquad (3.13)$$



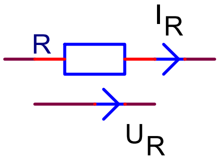
(а) **(б)**

Рис. 3-6. Иллюстрация к частному случаю принципа взаимности

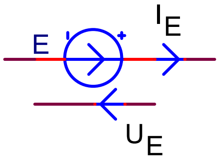
3.5. Контрольный баланс мощности

Активная мощность двухполюсника равна произведению напряжения на элементе и тока элемента:

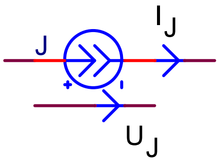
$$p = ui \tag{3.14}$$



$$p_R = u_R i_R = R i_R^2 \geq 0$$



$$p_e = -u_e i_e = -e i_e$$



$$p_j = u_j i_j = u_j j$$

Сумма мощностей элементов схемы равна нулю (потребляемая мощность пассивных элементов неотрицательна, потребляемая мощность активных элементов обычно отрицательна) (разновидность закона сохранения энергии):

$$\sum p = \sum_R p_R + \sum_e p_e + \sum_j p_j = 0 \tag{3.15}$$

Уравнение баланса мощностей записывается в следующем виде (сумма мощностей источников энергии равна сумме мощностей потребителей):

$$\sum_R R i_R^2 = \sum_e e i_e - \sum_j u_j j \tag{3.16}$$

В некоторых случаях элемент, формально называемый «источником энергии», сам может быть потребителем (т. е. его потребляемая мощность положительной). Это может происходить тогда, когда в цепи действуют другие, более мощные, источники питания. Показателем такого случая будет обратное направление напряжения или тока, что автоматически приведёт к обратному по знаку значению мощности.